

## FUNÇÃO EXPONENCIAL

### EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

São equações que possuem uma incógnita no expoente. São resolvidas fazendo com que suas bases fiquem iguais. A partir daí, é só igualar os expoentes e então, determinar o valor da incógnita.

Basta usar as propriedades de potenciação ou de radiciação acima e pronto!

### FUNÇÃO EXPONENCIAL

A função exponencial é uma das funções matemáticas mais úteis e poderosas em estudos ambientais, aplicável, entre outros exemplos, ao crescimento das populações e das suas necessidades (consumo de recursos) e ao estudo de problemas como a acumulação de poluentes e ainda no crescimento financeiro e suas ações.

Podemos observar que a função exponencial possui uma característica peculiar, de que ao longo do tempo, ela tende a duplicar os seus valores (quando crescente) ou reduzir à metade (quando decrescente).

Alguns exemplos de aplicação das funções exponenciais são:

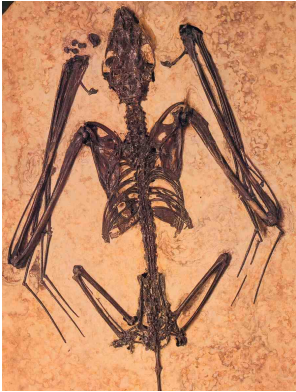
1. **Modelo de aprendizagem:** os psicólogos desenvolveram uma fórmula que relaciona o número  $n$  de símbolos que uma pessoa pode memorizar num determinado tempo  $t$  (em minutos). A curva de Gompertz é o gráfico de uma função expressa por  $N = C \cdot A^{K^t}$ , em que  $A$ ,  $C$  e  $K$  são constantes. É usada para descrever fenômenos como a evolução do aprendizado e o crescimento do número de empregados de muitos tipos de organizações.

2. **Decaimento radioativo:** A radioatividade é um fenômeno que ocorre em núcleos de átomos instáveis por emitirem partículas e radiações. Núcleos instáveis em geral são grandes e, por isso, emitem partículas e radiação para tornarem-se estáveis. A medida de tempo na qual metade do material radioativo se desintegra é denominada meia-vida ou período de semidesintegração ( $P$ ). O valor da meia-vida é sempre constante para um mesmo elemento químico radioativo. Assim, a cada período de tempo  $P$  a quantidade de material radioativo reduz-se à metade da anterior, sendo possível relacionar a quantidade de material radioativo a qualquer tempo com a quantidade inicial por meio de uma função do tipo



exponencial:  $N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{P}}$ , em que  $N_0$  é a quantidade inicial de material radioativo,  $t$  é o tempo decorrido e  $P$  é o valor da meia-vida do material radioativo considerado.

3. **Datação por carbono 14:** um dos métodos mais apurados para datar achados arqueológicos, ou seja, determinar a idade de objetos muito antigos, é o Método do



Carbono 14 ( $C^{14}$ ), descoberto em 1949. O método é bem simples, todos os dias, raios cósmicos entram na atmosfera terrestre em grandes quantidades. Para se ter uma idéia, cada pessoa é atingida por cerca de meio milhão de raios cósmicos por hora. Assim, é comum um raio cósmico colidir com outro átomo na atmosfera e criar um raio cósmico secundário na forma de um nêutron energizado, e que esses nêutrons energizados, por sua vez, acabem colidindo com átomos de nitrogênio. Quando o nêutron colide, um átomo de nitrogênio 14 (com 7 prótons e 7 nêutrons) se transforma em um átomo de carbono 14 (6

prótons e 8 nêutrons) e um átomo de hidrogênio (1 próton e nenhum nêutron). Os átomos de  $C^{14}$  criados por raios cósmicos combinam-se com o oxigênio para formar dióxido de carbono, que as plantas absorvem naturalmente e incorporam às suas fibras por meio da fotossíntese. A quantidade de  $C^{14}$  presente nos tecidos de animais provém da ingestão de vegetais. Em qualquer tecido vivo, a quantidade de ingestão de  $C^{14}$  é igual à quantidade de  $C^{14}$  desintegrado (o  $C^{14}$  é uma molécula instável que se desintegra espontaneamente numa taxa proporcional ao número de moléculas de  $C^{14}$  presentes na amostra). Quando um organismo morre, pára de ingerir  $C^{14}$ , portanto, sua concentração nos tecidos diminui, devido à desintegração. O carbono 14 é radioativo e tem meia-vida de cerca de 5.700 anos. Acontece que, como a meia-vida do  $C^{14}$  é de apenas 5.700 anos, ela só é confiável para datar objetos de até 60 mil anos. No entanto, o princípio usado na datação do carbono 14 também se aplica a outros isótopos. O potássio 40, por exemplo, tem meia-vida de 1,3 bilhão de anos, o urânio 235 tem meia-vida de 704 milhões de anos, o urânio 238 tem meia-vida de 4,5 bilhões de anos, o bório 232, com meia-vida de 14 bilhões de anos e o rubídio com meia-vida de 49 bilhões de anos. O uso de radioisótopos diferentes permite que a datação de amostras biológicas e geológicas seja feita com um alto grau de precisão. Contudo, a datação por esse processo pode não funcionar tão bem no futuro, já que qualquer coisa que tenha morrido após os anos 40, poderá sofrer alteração devido às bombas nucleares, reatores nucleares e testes nucleares a céu aberto.

[www.baixinho.net](http://www.baixinho.net)

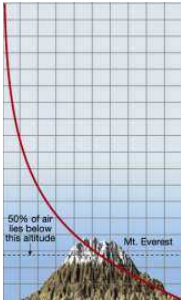
4. **Pressão atmosférica:** a Terra está envolvida por uma camada de ar, denominada



atmosfera, constituída por uma mistura gasosa cujos principais componentes são o oxigênio e o nitrogênio. A espessura dessa camada não pode ser perfeitamente determinada, porque à medida que aumenta a altitude, o ar se torna muito rarefeito, isto é com pouca densidade. O ar, sendo composto por moléculas, é atraído pela força da gravidade da

Terra, e portanto, tem peso. Se não o tivesse, escaparia da Terra, dispersando-se pelo espaço. devido ao seu peso, a atmosfera exerce uma pressão, chamada pressão atmosférica, sobre todos os objetos nela imersos.

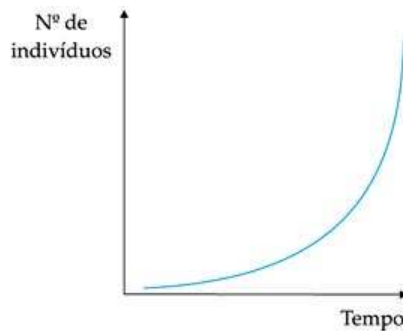
Assim, a pressão atmosférica é a força por unidade de área, exercida pelo ar contra uma superfície. Se a força exercida pelo ar aumenta num determinado ponto, a pressão também aumentará nesse ponto. A pressão atmosférica é medida através de um equipamento conhecido como barômetro. As unidades de medidas utilizadas são:



- polegada ou milímetros de mercúrio (mmHg)
- quilopascal (kPa) – O pascal (Pa) é a unidade padrão de pressão e tensão no S.I. Equivale à força de 1N (1 Newton) aplicada sobre a superfície de 1 m<sup>2</sup>. O nome dessa unidade é uma homenagem ao matemático e filósofo francês Blaise Pascal.
- hectopascal (hPa)
- milibar (bar) – O bar é uma unidade de pressão e equivale 100.000 (10<sup>5</sup>) Pa
- atmosfera (atm) – 1 atm corresponde a 101.325 Pa ou 101,325 kPa

Fonte: Wikipédia

5. **Crescimento populacional:** O crescimento exponencial é característico de certos fenômenos naturais. No entanto, de modo geral não se apresenta na forma  $a^x$ , mas sim modificado por constantes características do fenômeno, como em  $f(x) = C \cdot a^{kx}$ .



De um modo geral, a população, ou seja, o número de bactérias, mosquitos, cavalos, etc, existentes num instante  $t$  é dado por uma lei exponencial. Ai também se inclui o crescimento ou decrescimento do dinheiro, da produção de uma indústria, etc.

6. **Ruídos:** Um som de nível A de decibéis está relacionado com a sua intensidade  $i$ , através de uma equação exponencial.



## EXERCÍCIOS

### Questão 01

Calculando-se  $\left(-\frac{1}{243}\right)^{-\frac{2}{5}}$ , obtém-se:

- a) -81
- b) -9
- c) 9
- d) 81

### Questão 02

O valor da expressão  $\sqrt{0,25 + 16^{-\frac{3}{4}}}$  é:

- a)  $\frac{3}{8}$
- b)  $\frac{1}{2}$
- c)  $\frac{5}{8}$
- d)  $\frac{7}{8}$

### Questão 03

Se  $a = 10^{-3}$ , o valor de  $\frac{0,01 \times 0,001 \times 10^{-1}}{100 \times 0,0001}$ , em função de a, é:

- a)  $100a$
- b)  $10a$
- c)  $a$
- d)  $\frac{a}{10}$

### Questão 04

Se  $2^p = q$ , então  $2^{p+3}$  vale:

- a)  $8q$
- b)  $q+3$
- c)  $q+8$
- d)  $q^2+3$

### Questão 05

A equação exponencial  $5^{x^2+25} = 5^{10x}$ , tem exatamente:

- a) cinco soluções
- b) duas soluções
- c) uma solução
- d) infinitas soluções
- e) três soluções

### Questão 06

A soma de todos os valores de  $x$  que verificam a equação  $81 - 3^{x^2-1} = 0$  é:

- a)  $-2\sqrt{5}$
- b) 0
- c) 1
- d)  $2\sqrt{5}$

**Questão 07**

A solução da equação  $5^{3x-1} = \frac{1}{625}$  em  $\mathbb{R}$  é um número racional  $x$ , tal que:

- a)  $-2 \leq x < 0$
- b)  $0 \leq x < 2$
- c)  $2 \leq x < 4$
- d)  $4 \leq x < 6$

**Questão 08**

Considere as soluções reais da equação  $3^{x^2} \cdot 3^{7x} \cdot 3^{12} = 1$ . A diferença entre a maior e a menor dessas raízes é:

- a) 4
- b) 3
- c) 2
- d) 1
- e) 0

**Questão 09**

A solução da equação  $4^{2x-2} \cdot 8^{x^2} = 1$ , pertence ao intervalo:

- a)  $]3, 4[$
- b)  $] -3, -2[$
- c)  $]5, +\infty[$
- d)  $] -3, 2[$
- e)  $] -\infty, -2[$

**Questão 10**

O produto das raízes de  $(4^x)^{x-2} = 8^x$  é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d)  $\frac{2}{7}$
- e)  $\frac{7}{2}$

**Questão 11**

A raiz da equação  $3^{x+2} - 3^{x-1} + 3^x = \frac{29}{243}$  é:

- a) -7
- b) -4
- c) 0
- d) 3

**Questão 12**

Se  $3^{x+2} + 9^{x+1} = 12 \cdot 3^{x+1}$ , então  $x - 2$  vale:

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

**Questão 13**

Se  $2 \cdot 2^x + 4^x = 8^x$ , então  $x^2$  é igual a:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 4
- e) 9

**Questão 14**

O par ordenado  $(-1, 5)$  pertence ao gráfico da função  $f(x) = a^x$ .

O valor de  $f(1)$  é:

- a) 0, 1
- b) 0, 2
- c) 0, 3
- d) 0, 4

**Questão 15**

Dada a função  $f(x) = \frac{3^x + 3^{-x}}{x}$  ( $x \neq 0$ ), o valor de  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  é:

- a)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$       b)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       c)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       d)  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

**Questão 16**

Seja a função exponencial  $f(x) = a^x$ . É correto afirmar que:

- a) ela é crescente se  $x > 0$   
 b) ela é crescente se  $a > 0$   
 c) ela é crescente se  $a > 1$   
 d) ela é decrescente se  $a \neq 1$   
 e) ela é decrescente se  $0 < x < 1$

**Questão 17**

Os valores de  $a \in \mathbb{R}$  que tornam a função exponencial  $f(x) = (a - 3)^x$  decrescente são:

- a)  $0 < a < 3$   
 b)  $3 < a < 4$   
 c)  $a < 3$  e  $a \neq 0$   
 d)  $a > 3$  e  $a \neq 4$

**Questão 18**

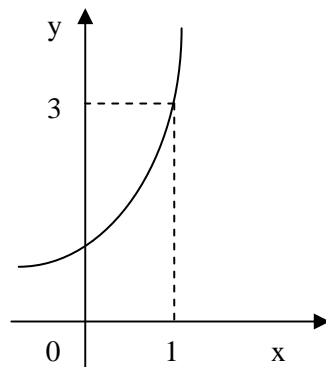
Os gráficos das funções  $y = 2^x$  e  $y = 8^{x+2}$ :

- a) interceptam-se no ponto  $(0, 1)$   
 b) não têm pontos comuns  
 c) têm dois pontos comuns  
 d) interceptam-se no ponto  $\left(-3, \frac{1}{8}\right)$

**Questão 19**

Na figura temos o esboço do gráfico  $f(x) = a^x + 1$ . O valor de  $2^{3a-2}$  é:

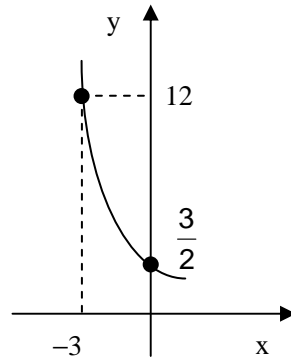
- a) 2  
 b) 8  
 c) 16  
 d) 32  
 e) 64



**Questão 20**

Na figura abaixo, está representado o gráfico da função  $f(x) = k \alpha^x$ , sendo  $k$  e  $\alpha$  constantes positivas. Nessas condições, o valor de  $f(2)$  é:

- a)  $\frac{3}{8}$
- b)  $\frac{1}{2}$
- c)  $\frac{3}{4}$
- d) 1



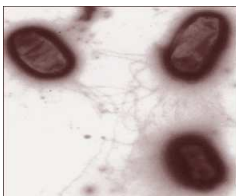
**Questão 21**

O número de bactérias de uma cultura,  $t$  horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão  $N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$ . Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38.400 bactérias?



**As questões 22, 23 e 24, devem ser resolvidas de acordo com o texto:**

O cuidado com a conservação dos alimentos é sempre importante. Uma maionese mal conservada causou mal-estar nos frequentadores de um restaurante.



Uma investigação revelou a presença da bactéria salmonela, que se multiplica segundo a lei:  $n(t) = 200 \cdot 2^{at}$ , em que  $n(t)$  é o número de bactérias encontradas na amostra de maionese  $t$  horas após o início do almoço e  $a$  é uma constante real.

**Questão 22**

O número inicial de bactérias é:

- a) 200
- b) 100
- c) 20
- d) 10
- e) 1

**Questão 23**

Sabendo que após 3 horas do início do almoço o número de bactérias era de 800, o valor da constante  $a$  é:

- a) 1,5
- b)  $\frac{4}{3}$
- c) 1
- d)  $\frac{2}{3}$

**Questão 24**

O número de bactérias após 1 dia da realização do almoço é, aproximadamente:

(use:  $2^{10} \approx 10^3$ )

- a)  $0,3 \times 10^7$
- b)  $1,1 \times 10^7$
- c)  $1,3 \times 10^7$
- d)  $1,5 \times 10^7$

**Questão 25**

O crescimento de uma certa cultura de bactérias obedece à função  $N(t) = 200 \cdot 3^{kt}$ , onde  $N$  representa o número de bactérias no instante  $t$  (em horas) e  $k$  é uma constante a ser obtida.

A produção tem início para  $t = 0$ . Decorridas doze horas, há um total de seiscentas bactérias. Calcule:

- a) a constante  $k$
- b) o número de bactérias, 36 horas depois que se iniciou a produção.

**Questão 26**

Em pesquisa realizada, constatou-se que a população  $P$  de determinada bactéria cresce segundo a expressão  $P(t) = 25 \cdot 2^t$ , onde  $t$  representa o tempo (em horas). Para atingir uma população de 400 bactérias, será necessário um tempo de:

- a) 4 horas
- b) 3 horas
- c) 2 horas e 30 minutos
- d) 2 horas
- e) 1 hora

**Questão 27**

Em um experimento com uma colônia de bactérias, observou-se que havia 5000 bactérias vinte minutos após o início do experimento e, dez minutos mais tarde, havia 8500 bactérias. Suponha que a população da colônia cresce exponencialmente, de acordo com a função  $P(t) = P_0 \cdot e^{xt}$ , em que  $P_0$  é a população inicial,  $x$  é uma constante positiva e

$P(t)$  é a população  $t$  minutos após o início do experimento. Calcule o valor de  $\frac{P_0}{100}$ , desprezando a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

**Questão 28**

Numa certa cultura, há 1000 bactérias num determinado instante. Após 10 min, existem 4000. Quantas bactérias existirão em 1 hora, sabendo que elas aumentam através da fórmula  $P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$ , em que  $P(t)$  é o número de bactérias,  $t$  é o tempo em horas e  $k$  é a taxa de crescimento.



**Questão 29**

Sob certas condições, o número de bactérias  $B$  de uma cultura, em função do tempo  $t$ , medido em horas, é dado por  $B(t) = 2^{\frac{t}{12}}$ . Isso significa que 5 dias após a hora zero o número de bactérias é:

- a) 1.024
- b) 1.120
- c) 512
- d) 20
- e)  $\sqrt[3]{2}$

**Questão 30**

O crescimento de uma cultura de bactérias obedece à função  $f(t) = f(0) \cdot 3^{2t}$  ( $t$  em horas). Nestas condições, determinar  $t$  de modo que a quantidade inicial de bactérias  $f(0)$  triplique.

**Questão 31**

Suponhamos que 2000 bactérias estejam inicialmente presentes em uma certa cultura e que 4000 estejam presentes 30 minutos depois. Quantas bactérias estarão presentes no final de 2 horas?

O texto a seguir, refere-se às questões 31, 32 e 33

Suponha que, com base em dados obtidos em empresas de mesmo porte, o Diretor de Recursos Humanos da Companhia Nacional de Motores (CNM), depois de um estudo estatístico, tenha chegado à conclusão de que após  $t$  anos ( $t \geq 0$ ), a empresa terá seu número de funcionários dado pela expressão  $N(t) = 10.000 \cdot (0,01)^{0,5t}$ .

**Questão 32**

Segundo esse estudo, o número inicial de funcionários empregados pela CNM foi:

- a) 10.000
- b) 200
- c) 10
- d) 500
- e) 100

**Questão 33**

O número de funcionários que estarão empregados na CNM após dois anos, será de:

- a)  $10^{3,5}$
- b)  $10^{2,5}$
- c)  $10^2$
- d)  $10^{1,5}$
- e)  $10^{0,25}$

**Questão 34**

Depois de quanto tempo a CNM empregará 1.000 funcionários?

- a) 6 meses
- b) 1 ano
- c) 3 anos
- d) 1 ano e 6 meses
- e) 2 anos e 6 meses

**Questão 34**

A população  $P$  de um país tem seu crescimento dado pela lei  $P = 2.000.000 \cdot (1,03)^n$ , onde  $n$  é o número de anos que decorrem depois que esse país ultrapassar dois milhões de habitantes. Ache a população estimada desse país para  $n = 2$ .

**Questão 35**

A população de um determinado país cresce exponencialmente. Sabe-se que, daqui a  $t$  anos, sua população  $P$  será dada por  $P = 3,2 \times 10^7 \times (1,03)^t$ . Nessas circunstâncias, os valores da população inicial e da taxa de aumento dessa população valem, respectivamente:

- a) 32 mil habitantes; 3%
- b) 3,2 milhões de habitantes; 0,3%
- c) 32 milhões de habitantes; 3%
- d) 3,2 bilhões de habitantes; 1,03%
- e) 32 mil habitantes; 30%

**Questão 36**

Estima-se que a população de uma certa cidade, daqui a  $t$  anos, seja dada por

$P(t) = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{8} + t^{\frac{1}{3}} + 6000$ . De acordo com essa estimativa, o número que corresponde à

população daqui a 64 anos é:

- a) menor que 6100
- b) maior que 6100 e menor que 6200
- c) maior que 6200 e menor que 6300
- d) maior que 6300

**Questão 37**

Numa certa cidade, o número de habitantes, num raio de  $r$  quilômetros a partir do seu centro, é dado por  $P(r) = k \cdot 2^{3r}$ , em que  $k$  é constante e  $r > 0$ . Se há 98.304 habitantes num raio de 5km do centro, quantos habitantes há num raio de 3km do centro?

- a) 4.608
- b) 3.024
- c) 2.048
- d) 1.536
- e) 2.735

**Questão 38**

No início de 1990, uma aldeia tinha 260 habitantes. A população da aldeia tem aumentado à taxa anual de 2%. Uma expressão que permite prever o número de habitantes da aldeia ao fim de  $n$  anos, após 1990 é:

- a)  $260 + 1,02n$
- b)  $260 \times 0,02^n$
- c)  $260 \times 1,02^n$
- d)  $5,2^n$

**Questão 39**

Uma reserva florestal possui 10.000 árvores.



Determine em quantos anos a quantidade de árvores estará reduzida à oitava parte, se a função que representa a quantidade de árvores por ano é dada por:  $y(t) = 10.000 \cdot 2^{-t}$ .

- a) 2 anos
- b) 3 anos
- c) 4 anos
- d) 5 anos

**Questão 40**

A produção de uma indústria vem diminuindo ano a ano. Num certo ano, ela produzia mil unidades de seu principal produto. A partir daí, a produção anual passou a seguir a lei  $y = 1.000 \cdot 0,9^x$ . Quantas unidades foram produzidas no segundo ano desse período recessivo?

**Questão 41**

Suponha que daqui a  $t$  anos, o valor de um certo carro seja dado por  $v(t) = v_0 \cdot (0,9)^t$ , onde  $v_0$  é o valor atual do carro. A porcentagem de desvalorização deste carro em um ano (relativo ao ano anterior) é:

- a) 0,1%
- b) 1%
- c) 10%
- d) 90%
- e) 9%

**Questão 42**

A cada ano que passa, o valor de um carro diminui de 20% em relação ao do ano anterior. Se  $V$  for o valor do carro no ato da compra, após 10 anos será:

- a)  $0,2^9 V$
- b)  $0,5^9 V$
- c)  $0,8^{10} V$
- d)  $0,2^{10} V$
- e)  $0,8^9 V$

**Questão 43**

Estima-se que daqui a  $t$  anos o valor de uma fazenda seja igual a  $500 \cdot 3^t$  milhares de reais. Após dois anos, a valorização (aumento de valor) em relação a hoje será:

- a) 4 milhões de reais
- b) 3,5 milhões de reais
- c) 2 milhões de reais
- d) 1,5 milhão de reais
- e) 1 milhão de reais

**Questão 44**

A sentença  $P(n) = 40 - 40 \cdot 2^{-0,34n}$  permite calcular o número de artigos que um operário recém-contratado é capaz de produzir diariamente, após  $n$  dias de treinamento. Para que esse operário produza pelo menos 30 artigos por dia, o menor valor inteiro de  $n$  é:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6

**Questão 45**

Uma indústria de pequeno porte tem os custos operacionais dados pela função  $C(p) = 9.000 - 6.000 \cdot e^{-0,02p}$  em que  $p$  representa o número de peças produzidas. O custo para uma produção de 200 unidades está próximo a: Dado:  $e^{-4} \approx 0,018$

- a) R\$ 8.890,00
- b) R\$ 8.090,00
- c) R\$ 7.890,00
- d) R\$ 7.090,00

**As questões 46, 47 e 48, devem ser resolvidas de acordo com o texto:**

O valor ( $v$ ) de um imóvel em minha cidade varia segundo a lei  $v(t) = 60.000 \cdot (0,9)^t$ , em reais, onde  $t$  é o número de anos contados a partir de hoje.

**Questão 46**

O valor atual desse imóvel é:

- a) R\$ 60.000,00
- b) R\$ 54.000,00
- c) R\$ 50.000,00
- d) R\$ 6.000,00

**Questão 47**

A desvalorização percentual desse imóvel é de:

- a) 1%
- b) 5%
- c) 0,9%
- d) 10%

**Questão 48**

Esse imóvel daqui a 2 anos, valerá:

- a) R\$ 8.600,00
- b) R\$ 40.000,00
- c) R\$ 48.600,00
- d) R\$ 52.200,00

**Questão 49**

Uma instituição bancária oferece uma taxa de juro de 8% ao ano para depósitos feitos numa certa modalidade. Um cliente desse banco fez um depósito de 500 reais, nessa modalidade. Qual é, em reais, o capital desse cliente, relativo a esse depósito, passados  $n$  anos?

- a)  $500 + 0,08n$
- b)  $500 \times 1,08n$
- c)  $500 \times 1,08^n$
- d)  $500 \times 1,08^n$
- e)  $500 \times 0,08^n$

**Questão 50**

O custo mensal  $C$ , em reais, de um motor elétrico aumenta à medida que aumenta o número mensal de horas  $t$  em que é utilizado, conforme  $C = 40.000 - 30.000 \cdot e^{-0,0002t}$ . Qual é o valor do custo mensal se esse motor elétrico é utilizado cerca de 150 horas por mês? Dado:  $e^{-0,03} \approx 0,97$

- a) R\$ 10.000,00
- b) R\$ 11.000,00
- c) R\$ 12.000,00
- d) R\$ 13.000,00
- e) R\$ 14.000,00

**Questão 51**

A temperatura interna de uma geladeira (se ela não for aberta) segue a lei  $T(t) = 25 \cdot 0,8^t$ , onde  $t$  é o tempo (em minutos) em que permanece ligada e  $T$  é a temperatura (em graus Celsius).

- a) Qual a temperatura interna da geladeira no instante em que ela foi ligada?
- b) Quantos graus Celsius essa temperatura alcança dois minutos depois que a geladeira começou a funcionar?

**Questão 52**

A trajetória de um salto de um golfinho nas proximidades de uma praia, do instante em que ele saiu da água ( $t = 0$ ) até o instante em que ele mergulhou ( $t = T$ ), foi descrita por um observador através do seguinte modelo matemático:



$h(t) = 4 \cdot t - t \cdot 2^{0,2t}$  com  $t$  em segundos,  $h(t)$  em metros e  $0 \leq t \leq T$ .

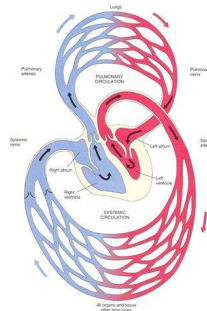
O tempo, em segundos, em que o golfinho esteve fora da água durante esse salto foi:

- a) 2
- b) 4
- c) 8
- d) 10

**Questão 53**

O tempo de circulação do sangue (em segundos) de um mamífero (o tempo médio que todo o sangue leva para circular uma vez e voltar ao coração) é proporcional à raiz quarta

do “peso” do corpo do mamífero, isto é:  $T(M) = K \cdot M^{\frac{1}{4}}$ .



Para um elefante cujo “peso” é de 5184 quilogramas o tempo foi estimado em 150 segundos. Pode-se afirmar:

- a) a constante de proporcionalidade deve ser 30.
- b) Um mamífero de 64 quilogramas tem o tempo de circulação superior a 1 minuto.
- c) Um elefante de 1024 quilogramas tem o tempo de circulação igual a 100 segundos.
- d) A constante de proporcionalidade deve ser 40.

### Questão 54

As células de um tumor possuem sabidamente um metabolismo mais acelerado e, conseqüentemente um maior consumo de glicose que as células normais. Aproveitando-se destas suas características, é possível realizar um exame para detectar um tumor através de sua atividade metabólica. Este exame é o PET (*Positron Emission Tomography - tomografia por emissão de pósitrons*).



Os isótopos mais usados nos radiofármacos injetados nos pacientes submetidos ao processo PET são: o carbono-11, o nitrogênio-13, o oxigênio-15 e o flúor-18, cujas meias-vidas são respectivamente de 20, 10, 2 e 110 minutos. Como os isótopos usados têm meia-vida muito curta, assim que um dos isótopos é obtido, restam poucos minutos para sintetizar o radiofármaco e injetá-lo no paciente.

- Calcular em quanto tempo uma amostra de carbono-11 se reduz a 25% do que era quando foi obtida.
- Em quanto tempo uma amostra de nitrogênio-13 se reduz à  $\frac{1}{8}$  do que era quando foi obtida?
- Após 10 minutos de sua obtenção, qual fração de oxigênio-15 ainda restará?

### Questão 55

São necessários 5 anos para que o cobalto-60 perca metade de sua radioatividade. Qual é a porcentagem de sua atividade original que permanecerá no fim de 20 anos?

### Questão 56

Uma substância radioativa está em processo de desintegração, de modo que no instante  $t$  a quantidade não desintegrada é aproximadamente  $M(t) = M(0) \cdot 2^{-3t}$ . Qual o valor de  $t$  para que metade da quantidade inicial  $M(0)$  se desintegre?

### Questão 57

O carbono-14 é um isótopo raro do carbono presente em todos os seres vivos. Com a morte, o nível de C-14 no corpo começa a decair. Como é um isótopo radioativo de meia-vida de 5730 anos, e como é relativamente fácil saber o nível original de C-14 no corpo dos seres vivos, a medição da atividade de C-14 num fóssil é uma técnica muito utilizada para datações arqueológicas. A atividade radioativa do C-14 decai com o tempo

pós-morte segundo a função  $A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$ , em que  $A_0$  é a atividade natural do C-14 no organismo vivo e  $t$  é o tempo decorrido em anos após a morte.



Suponha que um fóssil encontrado em uma caverna foi levado ao laboratório para ter a idade estimada. Verificou-se que emitia 7 radiações de C-14 por grama/hora. Sabendo que o animal vivo emite 896 radiações por grama/hora, qual é a idade aproximada do fóssil?

### Questão 58

O acidente do reator nuclear de Chernobyl, em 1986, lançou na atmosfera grande quantidade de  ${}^{90}_{38}\text{Sr}$  radioativo, cuja meia-vida é de 28 anos.



Supondo ser este isótopo a única contaminação radioativa e sabendo que o local poderá ser considerado seguro quando a quantidade de  ${}^{90}_{38}\text{Sr}$  se reduzir, por desintegração, a  $\frac{1}{16}$  da quantidade inicialmente presente, o local poderá ser habitado novamente a partir do ano:

- a) 2014      b) 2098      c) 2266      d) 2986      e) 3000

### Questão 59

O plutônio-240, produzido em reatores nucleares, é um material radioativo de longa vida, o que torna o lixo atômico desses reatores de difícil armazenamento. A partir de uma massa inicial  $M_0$  dessa substância, a sua massa  $M$ , após  $t$  séculos, será aproximadamente, determinada pela equação  $M = M_0 \cdot (1,01)^{-t}$ . Com base nessas informações, determine, em porcentagem, a quantidade de massa do plutônio-240 restante, após 2 séculos de desintegração.

### Questão 60

O antibiótico Axetil cefuroxina apresenta meia-vida de 3 horas. Se uma pessoa tomou 50 mg desse medicamento, qual é a quantidade de antibiótico ainda presente no organismo:

- a) após 12 horas de sua ingestão?  
b) após  $t$  horas de sua ingestão?

### Questão 61

Suponha que,  $t$  minutos após injetar-se a primeira dose de uma medicação na veia de um paciente, a quantidade dessa medicação existente na corrente sanguínea seja dada, em ml, pela função  $Q(t) = 50 \cdot 2^{-\frac{t}{180}}$  e que o paciente deva receber outra dose quando a medicação existente em sua corrente sanguínea for igual a  $\frac{1}{4}$  da quantidade que lhe foi injetada.



Nessas condições, o intervalo de tempo, em horas, entre a primeira e a segunda dose da medicação, deverá ser igual a:

- a) 2      b) 4      c) 6      d) 8      e) 10

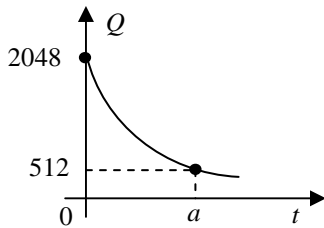
**Questão 62**

Certo tratamento médico consiste na aplicação, a um paciente, de uma determinada substância. Admita que a quantidade  $Q$  de substância que permanece no paciente,  $t$  horas após a aplicação, é dada, em miligramas, por  $Q(t) = 250^{1-0,1t}$ . A quantidade de substância aplicada ao paciente foi:

- a) 10 mg                      b) 50 mg                      c) 100 mg                      d) 250 mg

**Questão 63**

Uma substância se decompõe aproximadamente segundo a lei  $Q(t) = K \cdot 2^{-0,5t}$ , em que  $K$  é uma constante,  $t$  indica o tempo (em minutos) e  $Q(t)$  indica a quantidade (em gramas) no instante  $t$ .



Considerando os dados desse processo de decomposição mostradas no gráfico acima, determine os valores de  $K$  e  $a$ .

**Questão 64**

O número  $N$  de decibéis e a potência  $I$  de um som medido em watts por centímetro quadrado estão relacionados pela fórmula  $I = 10^{-16} \cdot 10^{\frac{N}{10}}$ .



O número de decibéis correspondente ao som provocado por tráfego pesado de veículos, cuja potência é estimada em  $10^{-8}$  watts por centímetro quadrado, é igual a:

- a) 40                      b) 80                      c) 120                      d) 160                      e) 200