NÚMEROS COMPLEXOS

INTRODUÇÃO

Questão 01

Resolver as equações:

a) $x^2 + 4 = 0$ $S = \{-2i,\ 2i\}$

b) $x^2 + 16 = 0$ $S = \{-4i,\ 4i\}$

c) $x^2 - 4x + 5 = 0$ $S = \{2 + i,\ 2 - i\}$

d) $x^2 - 6x + 10 = 0$ $S = \{3 + i,\ 3 - i\}$

e) $2x^2 - 2x + 1 = 0$ $S = \left\{\frac{1+i}{2},\ \frac{1-i}{2}\right\}$

f) $x^2 - 8x + 20 = 0$ $S = \{4 + 2i,\ 4 - 2i\}$

POTÊNCIA DE i

Questão 02

Calcule:

a) i^{48} R: 1

b) i^{293} R: i

c) i^{375} R: –i

d) i^{426} R: –1

e) i^{1814} R: –1

f) i^{1615} R: –i

g) i^{2716} R: 1

h) i^{2121} R: i

i) i^{1916} R: 1

j) i^{3171} R: –i

Questão 03

Calcule:

a) $i^{10} + i^8 - 4 \cdot i^{52}$ R: –4

b) $\frac{i^{20} \cdot (i^2)^4}{3 \cdot i^{134}}$ R: $-\frac{1}{3}$

c) $(5 \cdot i^3)^2 + (10 \cdot i^5)^4$ R: 9975

FORMA ALGÉBRICA DE UM NÚMERO COMPLEXO

Questão 04

Determinar o valor de k de modo que o número complexo $z = (2k - 6) + 2i$ seja imaginário puro. R: k = 3

Questão 05

Encontrar o valor de m de modo que o complexo $z = 2 + (3m - 1) \cdot i$ seja um número real.

R: $m = \frac{1}{3}$

Questão 06

Para que valor de x o número complexo $z = (5x - 10) + 8i$ é imaginário puro? R: 2

Questão 07

Determinar p para que $z = (2p + 7) + 3i$ seja imaginário puro. R: $-\frac{7}{2}$

Questão 08

Determinar m, tal que $z = (m + 2) + (m^2 - 4) \cdot i$ seja real e não nulo. R: 2

Questão 09

Ache m de modo que $z = 1 + (m^2 - 81) \cdot i$ seja um número real. R: ± 9

IGUALDADE ENTRE COMPLEXOS

Questão 10

Determinar x e y de modo que a igualdade abaixo seja verificada:

$(2x + y) + 6i = 5 + (x + 4y) \cdot i$

R: x = 2 e y = 1

Questão 11

Para que valores de x e y são iguais os complexos $z_1 = (x + 1) + 3i$ e $z_2 = 4 + (y - 1) \cdot i$

R: x = 3 e y = 4

Questão 12

Determinar x e y, de modo que $z_1 = 2x - 5yi$ seja igual a $z_2 = 4 + 10i$. R: x = 2 e y = –2

CONJUGADO DE COMPLEXOS

Questão 13

Dê o conjugado de cada complexo:

a) $z = 7 + 3i$ R: $\bar{z} = 7 - 3i$

b) $z = -5 - 2i$ R: $\bar{z} = -5 + 2i$

c) $z = \sqrt{2} - \sqrt{3}\,i$ R: $\bar{z} = \sqrt{2} + \sqrt{3}\,i$

d) $z = 5i$ R: $\bar{z} = -5i$

e) $z = i$ R: $\bar{z} = -i$

f) $z = i + 4$ R: $\bar{z} = 4 - i$

g) $z = 12$ R: $\bar{z} = 12$

h) $z = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}i$ R: $\bar{z} = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}i$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS

Questão 14

Efetuar:

a) $(2+3i)+(6+4i)$ R: $8+7i$

b) $(6+5i)+(2-i)$ R: $8+4i$

c) $(6+5i)-(2+3i)$ R: $4+2i$

d) $(\sqrt{2}+i)-(\sqrt{3}+i)$ R: $\sqrt{2}-\sqrt{3}$

Questão 15

Determinar o número complexo z tal que $5z+\bar{z}=12+16i$. R: $z=2+4i$

Questão 16

Determine o número complexo z tal que $2z+3\bar{z}=4-i$ R: $z=\frac{4}{5}+i$

Questão 17

Resolver a equação $2z+\bar{z}=15-2i$.

R: $z=5-2i$

MULTIPLICAÇÃO DE COMPLEXOS

Questão 18

Efetuar:

a) $(2+4i)(1+3i)$ R: $-10+10i$

b) $(-1+2i)(3+i)$ R: $-5+5i$

c) $\left(\frac{1}{3}+i\right)\left(\frac{1}{2}-2i\right)$ R: $\frac{13}{6}-\frac{1}{6}i$

d) $\left(\frac{1}{2}+i\right)\left(\frac{1}{2}-i\right)$ R: $\frac{5}{4}$

DIVISÃO DE COMPLEXOS

Questão 19

Sendo $z_1=3+2i$ e $z_2=1+i$, obter $\frac{z_1}{z_2}$

R: $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}i$

Questão 20

Calcule:

a) $\frac{2+i}{5-3i}$ R: $\frac{7}{34}+\frac{11}{34}i$

b) $\frac{5+i}{i}$ R: $1-5i$

c) $\frac{i}{2+3i}$ R: $\frac{3}{13}+\frac{2}{13}i$

Questão 21

Escreva o número complexo abaixo na forma algébrica.

$z=\frac{1}{1-i}+\frac{2+3i}{1+i}$. R: $3+i$

Questão 22

Qual o conjugado do complexo $z=\frac{4}{1-i}$?

R: $2-2i$

FORMA TRIGONOMÉTRICA

Questão 23

Determine o módulo dos seguintes números complexos:

a) $z=4-i$ R: $\sqrt{17}$

b) $z=-5i$ R: 5

c) $z=\sqrt{2}+i$ R: $\sqrt{3}$

d) $z=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}i$ R: $\frac{\sqrt{13}}{6}$

e) $z=8$ R: 8

f) $z=0$ R: 0

Questão 24

Determine o argumento dos complexos e a seguir faça sua representação geométrica:

a) $z=1-i$ R: $\theta=\frac{7\pi}{4}$

b) $z=2+2\sqrt{3}i$ R: $\theta=\frac{\pi}{3}$

c) $z=4i$ R: $\theta=\frac{\pi}{2}$

d) $z=-2+2\sqrt{3}i$ R: $\theta=\frac{2\pi}{3}$

Questão 25

Escrever o número complexo na forma trigonométrica:

a) $z=1+\sqrt{3}i$ R: $z=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\cdot\operatorname{sen}\frac{\pi}{3}\right)$

b) $z=8i$ R: $z=8\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\cdot\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}\right)$

c) $z=-7-7i$

R: $z=7\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\cdot\operatorname{sen}\frac{5\pi}{4}\right)$

d) $z=1-\sqrt{3}i$

R: $z=2\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\cdot\operatorname{sen}\frac{5\pi}{3}\right)$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NA FORMA TRIGONOMÉTRICA

Questão 26

Considere os complexos:

$z_1 = 4(\cos 10° + i\,\text{sen}\,10°)$

$z_2 = 2(\cos 20° + i\,\text{sen}\,20°)$

$z_3 = \cos 15° + i\,\text{sen}\,15°)$

Calcule:

a) $z_1 \cdot z_2$ R: $z_1 = 8(\cos 30° + i\,\text{sen}\,30°)$

b) $z_2 \cdot z_3$ R: $z_1 = 2(\cos 35° + i\,\text{sen}\,35°)$

c) $z_1 \cdot z_3$ R: $z_1 = 4(\cos 25° + i\,\text{sen}\,25°)$

d) $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ R: $z_1 = 8(\cos 45° + i\,\text{sen}\,45°)$

Questão 27

Dados os complexos:

$z_1 = 6(\cos 85° + i\,\text{sen}\,85°)$

$z_1 = 3(\cos 25° + i\,\text{sen}\,25°)$

Calcule:

a) $\dfrac{z_1}{z_2}$ R: $2(\cos 60° + i\,\text{sen}\,60°)$

b) $\dfrac{z_2}{z_1}$ R: $\dfrac{1}{2}(\cos 300° + i\,\text{sen}\,300°)$

Questão 28

Considere os números $z_1 = 5(\cos \pi + i\,\text{sen}\,\pi)$ e $z_2 = 3\left(\cos \dfrac{\pi}{3} + i\,\text{sen}\,\dfrac{\pi}{3}\right)$. Calcule $z_1 \cdot z_2$.

R: $15\left(\cos \dfrac{4\pi}{3} + i\,\text{sen}\,\dfrac{4\pi}{3}\right)$

Questão 29

Dados os complexos:

$z_1 = 2\left(\cos \dfrac{\pi}{4} + i\,\text{sen}\,\dfrac{\pi}{4}\right)$

$z_2 = 4\left(\cos \dfrac{\pi}{2} + i\,\text{sen}\,\dfrac{\pi}{2}\right)$

$z_3 = \cos \dfrac{\pi}{3} + i\,\text{sen}\,\dfrac{\pi}{3}$, calcule:

a) $\dfrac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$ R: $8\left(\cos \dfrac{5\pi}{12} + i\,\text{sen}\,\dfrac{5\pi}{12}\right)$

b) $\dfrac{z_2 \cdot z_3}{z_1}$ R: $2\left(\cos \dfrac{7\pi}{12} + i\,\text{sen}\,\dfrac{7\pi}{12}\right)$

POTENCIAÇÃO

Questão 30

Dado $z = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$, calcular z^8

R: $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

Questão 31

Dado $z = 2\left(\cos \dfrac{7\pi}{3} + i\,\text{sen}\,\dfrac{7\pi}{3}\right)$, calcular z^{-9}

R: $-\dfrac{1}{512}$

Questão 32

Calcule:

a) $(-\sqrt{3} + i)^8$ R: $-128 + 128\sqrt{3}\,i$

b) $(2i)^7$ R: $-128i$

c) $(\sqrt{6} - \sqrt{2}i)^6$ R: -512

d) $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)^{21}$ R: i

Questão 33

Sendo $z = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$, calcule z^{100}

R: $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

RADICIAÇÃO

Questão 34

Determinar as raízes cúbicas de $z = 8$

Questão 35

Calcular as raízes quadradas do complexo $z = 2\sqrt{3} + 2i$

Questão 36

Resolver a equação $2x^2 + 8 = 0$, sabendo que x é uma variável complexa.

TESTES DE VESTIBULARES

Questão 01 (Santa Casa – SP)
Seja a igualdade $1+(y+x)i = 2y - x - 4i$, onde i é a unidade imaginária. Os números reais x e y, que satisfazem essa igualdade, são tais que:
a) $y = 3x$
b) $x = 3y$
c) $xy = -3$
d) $x - y = 2$
e) $x + y = 2$

Questão 02 (UFSM)
Para que o número $z = (x - 2i)(2 + xi)$ seja real, devemos ter $x \in$ IR, tal que:
a) $x = 0$
b) $x = \pm\frac{1}{2}$
c) $x = \pm 2$
d) $x = \pm 4$

Questão 03 (UFPA)
Qual é o valor de m, real, para que o produto $(2+mi)(3+i)$ seja um imaginário puro?
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 10

Questão 04 (PUC – SP)
Se $f(z) = z^2 - z + 1$, então $f(1-i)$ é igual a:
a) i
b) $-i+1$
c) $-i$
d) $i-1$
e) $i+1$

Questão 05 (UCMG)
O complexo z, tal que $5z + \overline{z} = 12 + 16i$, é igual a :
a) $-2+2i$
b) $2-3i$
c) $1+2i$
d) $2+4i$
e) $3+i$

Questão 06
A expressão $\frac{i\cdot(i-1)\cdot(i-2)\cdot(i-3)}{10}$, é igual a:
a) 1
b) i
c) -1
d) $-i$

Questão 07
A potência $(1-i)^{16}$ equivale a:
a) 8
b) $16-4i$
c) $16-16i$
d) 256
e) $256-16i$

Questão 08 (UFPA)
A divisão $\frac{1+2i}{1-i}$ dá como resultado o número
a) $-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$
b) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$
c) $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$
d) $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$

Questão 09 (PUC – SP)
A expressão $\frac{\overline{1-i}}{1-i}$ é igual a:
a) i
b) $2i$
c) $3i$
d) $4i$
e) $-2i$

Questão 10 (Santa Casa – SP)
Dado o número complexo $z = 1-i$, tem –se que $\frac{1}{z^2}$ é igual a:
a) $2i$
b) i
c) $\frac{1}{2}i$
d) $-i$

Questão 11 (Viçosa – MG)
A parte real de $\frac{2+3i}{2-3i}$ é:

a) $-\frac{2}{13}$
b) $-\frac{5}{13}$
c) $-\frac{1}{13}$
d) $-\frac{4}{13}$

Questão 12 (AMAN – RJ)
O resultado de $\frac{1+2i}{1-3i}+\frac{i}{1+3i}$ é igual a:

a) $\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$
b) $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$
c) $-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$
d) $\frac{1}{3}-\frac{2}{5}i$
e) $\frac{2}{3}+\frac{2}{3}i$

Questão 13 (Mack – SP)
O conjugado de $\frac{2-i}{i}$ vale:

a) $1-2i$
b) $1+2i$
c) $1+3i$
d) $-1+2i$
e) $2-i$

Questão 14 (Mack – SP)
Sendo i a unidade imaginária, o valor de $y=\frac{i+i^2+i^3+...+i^{502}}{i+i^2+...+i^{103}}$ é igual a:

a) $\frac{1}{2}i$
b) $-i$
c) $1-i$
d) $\frac{1+i}{2}$
e) $\frac{1-i}{2}$

Questão 15 (Mack – SP)
Sejam os números complexos $z_2=3i$ e $z_1\cdot z_2=-9+6i$. Então z_1+z_2 vale:

a) $2+6i$
b) $2-6i$
c) $-3+3i$
d) $-3-3i$
e) $9i$

Questão 16 (Viçosa – MG)
O valor da expressão $\frac{(1+i)^2(2i-1)\cdot i^3}{(i+1)(i-1)}+2i$ é:

a) 1
b) Zero
c) $4i+1$
d) -1
e) $4i-1$

Questão 17 (Mack – SP)
Simplificando $\frac{(2+i)^{101}\cdot(2-i)^{50}}{(-2-i)^{100}\cdot(i-2)^{49}}$, obtém-se:

a) 1
b) $2+i$
c) $2-i$
d) 5
e) -5

Questão 18 (Santo Amaro – SP)
Seja o complexo $z=3+4i$. Então $|z|$ vale:

a) 9
b) 16
c) 7
d) 5

Questão 19 (Med. Santos – SP)
Sendo $\frac{z}{1+i}-\frac{z-1}{i}=2i$, onde i é a unidade imaginária, o módulo do número complexo z será:

a) $2\sqrt{6}$
b) $3\sqrt{2}$
c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
e) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

Questão 20 (USP)
Se z é um número complexo tal que $z \cdot \overline{z} = 24$, então o módulo de z é:
a) $2\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{6}$
c) 5
d) 12
e) 24

Questão 21 (UFAL)
Se z é um número complexo tal que $z \cdot \overline{z} = 25$, então o módulo de z é:
a) $\sqrt{5}$
b) 5
c) $5\sqrt{5}$
d) 25
e) 50

Questão 22 (méd. Jundiaí – SP)
No plano de Gauss, o afixo do número complexo $z = (1+i)^4$ é um ponto do:
a) eixo real
b) eixo imaginário
c) primeiro quadrante
d) terceiro quadrante
e) quarto quadrante

Questão 23 (AMAN – RJ)
Uma forma trigonométrica do número complexo $z = \sqrt{3} - 3i$ é:
a) $-2\sqrt{3}(\cos 60° + i\,\text{sen}\, 60°)$
b) $\cos 45° + i\,\text{sen}\, 45°$
c) $2\sqrt{3}(\cos 300° + i\,\text{sen}\, 300°)$
d) $2\sqrt{3}(\cos 30° + i\,\text{sen}\, 30°)$

Questão 24 (PUC – RS)
O complexo $z = 2 \cdot \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i\,\text{sen}\, \frac{11\pi}{6}\right)$ escrito na forma algébrica $a + bi$ é:
a) $2\sqrt{3} + i$
b) $-\sqrt{3} + i$
c) $-\sqrt{3} - i$
d) $\sqrt{3} - i$
e) $2\sqrt{3} - i$

Questão 25 (UFPA)
A forma trigonométrica do número complexo $z = \frac{1+i}{i}$ é:
a) $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos \frac{\pi}{4} - i\,\text{sen}\, \frac{\pi}{4}\right)$
b) $\sqrt{2}\left(\cos \frac{5\pi}{4} + i\,\text{sen}\, \frac{5\pi}{4}\right)$
c) $\sqrt{2}\left(\cos \frac{7\pi}{4} + i\,\text{sen}\, \frac{7\pi}{4}\right)$
d) $\sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{4} + i\,\text{sen}\, \frac{\pi}{4}\right)$
e) $\sqrt{2}\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i\,\text{sen}\, \frac{3\pi}{4}\right)$

Questão 26 (Med. Jundiaí – SP)
Seja o número complexo $z = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$. O argumento principal do conjugado de z é:
a) 30º
b) 45º
c) 60º
d) 120º
e) 150º

Questão 27 (USP)
Seja z o produto dos complexos $\frac{3}{2}(1+\sqrt{3}\,i)$ e $\sqrt{3} + i$. Então o módulo e o argumento de z são respectivamente:
a) 4 e 30º
b) 12 e 80º
c) 3 e 90º
d) 6 e 90º

Questão 28 (Santa casa – SP)
Se os complexos z_1 e z_2 são tais que $z_1 = 2(\cos 135° + i\,\text{sen}\, 135°)$ e $z_2 = z_1 - 2$, então o módulo de z_2 é igual a:
a) $2\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{3}$
c) $2\sqrt{3\sqrt{2}}$
d) $4 + 2\sqrt{2}$
e) $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

Questão 29 (FESP)

O valor de $(-\sqrt{2} - i \cdot \sqrt{2})^8$ é:

a) 64
b) 256
c) 64i
d) 256i
e) 256(1 + i)

Questão 30 (USP)

Dado o complexo $z = \cos\frac{\pi}{16} + i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{16}$, o valor de z^{12} é:

a) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
b) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $-\sqrt{2} + i$
d) $-1 + i \cdot \sqrt{2}$
e) $-\sqrt{2} + i \cdot \sqrt{2}$

Questão 31 (São Carlos – SP)

Dado o complexo $z = 1 + i\sqrt{3}$, então z^6 vale:

a) $1 - 3\sqrt{3}\,i$
b) $-64i$
c) $6 + 6\sqrt{3}\,i$
d) $1 + 3\sqrt{3}\,i$
e) 64

Questão 32 (FGV)

O valor de $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^4$, sendo i a unidade imaginária é:

a) 1
b) i
c) –1
d) –i
e) 2i

Questão 33 (Mack – SP)

O valor de $(1+i)^{12} - (1-i)^{12}$, onde $i^2 = -1$ é igual a:

a) –128i
b) –128
c) 128
d) 128i
e) 0

Questão 34 (UNIMONTES / 2001)

Se $z = x + yi$ é um número complexo imaginário puro, tal que $9z^3$ e $4z$ têm o mesmo módulo, então z é igual a:

a) $2 + \frac{2}{3}i$ ou $-2 + \frac{2}{3}i$
b) $\frac{4}{9}i$ ou $-\frac{4}{9}i$
c) $\frac{2}{3}i$ ou $-\frac{2}{3}i$
d) $\frac{2}{3}$ ou $-\frac{2}{3}$

Questão 35 (UNIMONTES / 2005)

A expressão $\frac{(1-i)^5 - (1-i)^4}{(1-i)^2}$ é igual a:

a) 2
b) 2i
c) $-2i$
d) -2

Questão 36 (PAES – 3ª etapa / 2006)

O número $z = 3i$, na forma de par ordenado, é igual a:

a) (3, 0)
b) (1, 3)
c) (3, 1)
d) (0, 3)

Questão 37 (PAES – 3 etapa / 2006)

O quociente $\frac{(1-i)^5}{(1+i)^5}$ é igual ao número:

a) i
b) $1+i$
c) $-i$
d) $1-i$

Questão 38 (UNIMONTES / 2007)

Os possíveis valores da expressão $A = i^n + \frac{1}{i^n}$, onde i é a unidade imaginária e $n \in$ IN, são:

a) 0 e 2
b) $-i$, 0 e i
c) $1 \pm i$, 0 e 2
d) -2, 0 e 2

GABARITO

A → 9, 15, 16, 22, 30, 32
B → 1, 3, 11, 19, 20, 21, 29
C → 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 23, 25, 34, 37
D → 5, 7, 13, 18, 24, 27, 35, 36, 38
E → 17, 26, 28, 31, 33